

***I numeri e la realtà:
riflessioni storico-
filosofiche***

**Francesco Bava
Fabio Vuolo**

**4° T
ITI Ferraris**

*I nostri compagni ci hanno parlato di **incommensurabilità** e di **numeri irrazionali**.*

Questi temi hanno sollecitato in noi una serie di riflessioni filosofiche.

- La prima riguarda il ruolo che la **scoperta degli irrazionali** ebbe nella **crisi** della prima scuola filosofica dell'antichità, dove convivevano
MATEMATICA E FILOSOFIA:
la SCUOLA PITAGORICA



PITAGORA di Samo (570-497) e IL PITAGORISMO

- La prima vera "scuola" filosofica greca fu fondata a Crotone da **Pitagora di Samo**, sul quale disponiamo di notizie storiche molto incerte.
- Si dice che Pitagora per primo usò il termine "**filosofia**" per indicare le sue dottrine.
- Pitagora lasciò l'isola greca di Samo e giunse in Magna Grecia.
- Qui partecipò alle lotte politiche, appoggiando il **partito aristocratico**.
- Quando il partito democratico si impadronì di Crotone, si rifugiò a Metaponto.



- La sua scuola ebbe carattere di **comunità religiosa, scientifica e politica** e vigeva la comunità dei beni.
- Per essere ammessi bisognava sottoporsi a un lungo tirocinio e a prove complicate.
- Nella scuola esisteva una differenza tra i discepoli: gli ***acusmatici*** erano ammessi semplicemente all'ascolto delle lezioni, i ***matematici*** (da *manthàno*, apprendere) invece approfondivano la dottrina ed erano tenuti al segreto.

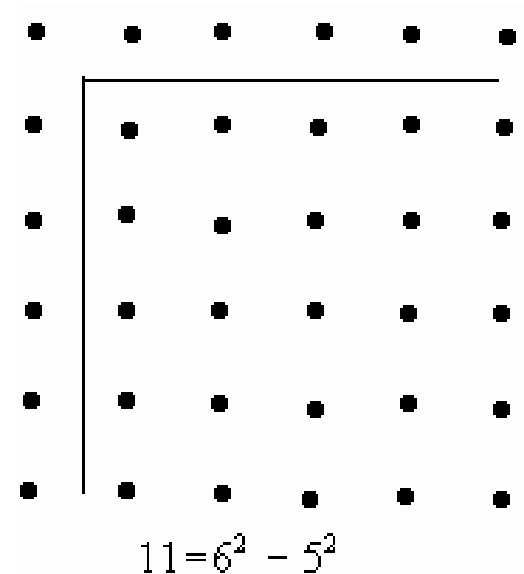
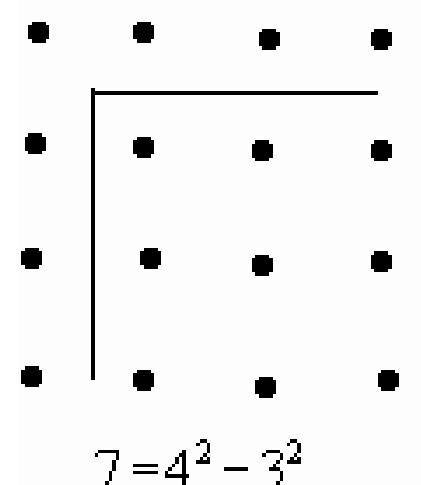
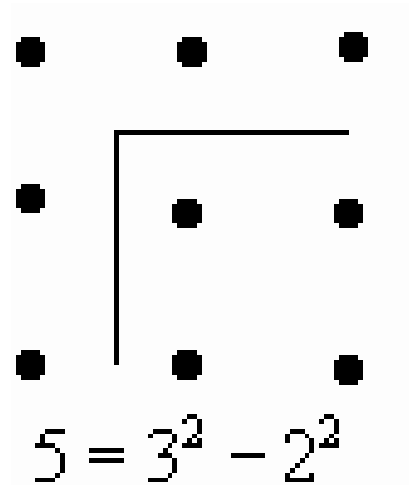


Una matematica del discontinuo

- La scuola pitagorica elaborò una teoria dei *numeri* (interi) come principi di spiegazione della realtà.
- Per Pitagora, le leggi che regolano i *rapporti tra i numeri* spiegano *i rapporti tra le cose reali*.
- La *matematica* perciò si presentava come la **forma più alta di conoscenza** ed era fondata sul concetto di *discontinuità*.
- Come in matematica c'è l'**opposizione** tra le serie di numeri, pari e dispari, così nella realtà è sempre riscontrabile questa **legge della contrarietà e dell'opposizione**: una serie di *coppie di opposti* regolano la vita naturale e sociale (*luce-tenebre, buono-cattivo, limite-illimitato, uno-molteplice, maschio-femmina ...*).
- Accanto all'aspetto scientifico, trovano posto dottrine di origine religiosa, come quella della **trasmigrazione dell'anima - immortale** - da un corpo all'altro, in successive *incarnazioni*.

L'ARITMOGEOMETRIA

- Per i Pitagorici esistevano strette **relazioni tra i numeri e le forme** realizzabili con il corrispondente numero di punti.
- Ad esempio **i numeri gnomoni (dispari)** per cui **ogni numero rappresenta la differenza tra due quadrati**, dei due numeri consecutivi di cui il numero dato è la somma .



La scoperta di numeri irrazionali IPPASO DI METAPONTO



- La matematica pitagorica entrò in crisi in seguito alla scoperta delle **grandezze incommensurabili**.
- Come spiegato dai nostri compagni, la scoperta avvenne all'interno della scuola e la sua diffusione viene attribuita a **Ippaso di Metaponto**;
- Infatti, l'**ipotenusa** di un **triangolo rettangolo**, con i due cateti di lunghezza uguale a **1**, **non corrisponde** a un **numero razionale positivo**, essendo pari a **radice di 2**.
- Questo impedisce di considerare le grandezze come multiple d'una stessa **grandezza punto**.
- La leggenda racconta che **Ippaso di Metaponto**, che aveva osato diffondere la cosa fuori della cerchia pitagorica, fu affogato nel mare di Crotone.

*La seconda
questione
filosofica a cui
accenniamo è la
seguente:*

- **La matematica è una scoperta?**
 - **L'uomo scopre** leggi, rapporti, relazioni, **che esistono nella realtà,** indipendentemente dall'uomo stesso?
 - **Il mondo è matematico?**
-
- oppure:
 - **La matematica è un'invenzione?**
 - Non è il mondo ad essere matematico, ma **matematica è la mente umana,** che **interpreta la realtà** basandosi sulle sue potenzialità e sulla sua struttura?

Collegato a
questo c'è
un altro
quesito

- la matematica ci trasmette delle **verità indubitabili ed eterne** ?
- oppure è **uno strumento, un linguaggio** attraverso il quale creiamo **procedimenti e leggi non assolute**, che però ci permettono di padroneggiare la realtà?

*Matematici e filosofi hanno dato risposte diverse a questi quesiti.
Citeremo le più importanti ripercorrendo i tratti salienti della storia
del pensiero filosofico-matematico.*

La tesi della **matematica come scoperta:** ***il mondo è matematico.***

- Come abbiamo visto è la **tesi dei pitagorici (*tutto è numero*)** e sarà, con qualche differenza, anche la tesi di **Platone**.
- Infatti mentre per i Pitagorici gli enti matematici **esistono e sono immanenti alla realtà**, per Platone esistono in una dimensione **separata dalla realtà**.
- Per entrambi, però, la matematica ci consente di avvicinarci a **verità eterne** (una tesi che sarà definita anche "***platonismo matematico***").





- Platone sosteneva che ***chi non sapebbe di geometria*** non poteva accostarsi alla sua dottrina.
- Il sapere matematico apre la strada alla comprensione delle ***idee universali***, che costituiscono la chiave per un'interpretazione "vera" della realtà .
- Così l'uomo esce ***dalla caverna dell'opinione*** per accedere alla **verità della scienza e della filosofia**.

Con Aristotele comincia a prendere corpo l'idea della matematica come risultato di un processo di astrazione operato dall'uomo.

- la matematica non inerisce alla “essenza” delle cose ma ne rappresenta una **qualità secondaria**
- i numeri sono nostre **estrapolazioni** dalle cose, esistono solo in quanto **nostre astrazioni**.
- viene stabilito il **legame tra matematica e principi logici del pensiero** (*identità, non contraddizione, terzo escluso*).



Il platonismo matematico caratterizzerà ancora il pensiero di due giganti della filosofia e della matematica del Seicento: **Galileo Galilei e Renato Cartesio**

Per **Galilei** il grande libro dell'universo è *scritto in caratteri matematici*, la matematica è un linguaggio universale-divino



- **Cartesio** fondò tutta la sua filosofia dell'**evidenza delle verità matematiche** sul fatto che Dio stesso aveva deciso, con atto libero, di **dare al mondo un carattere matematico** non più modificabile.
- Quindi le leggi matematiche rappresentano **verità assolute ed eterne**.

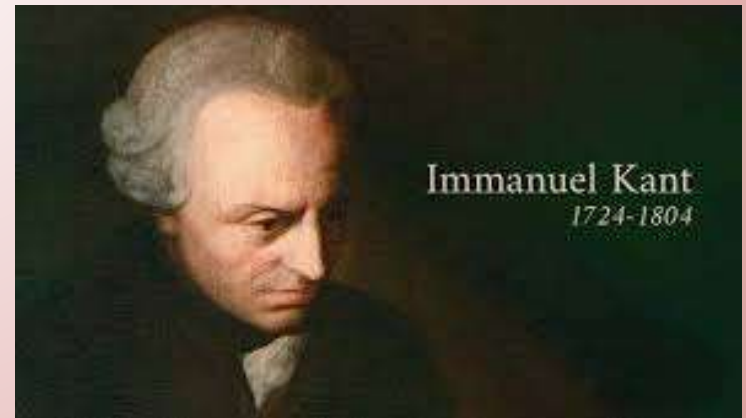
L'altro genio filosofico-matematico del Seicento fu il Tedesco LEIBNIZ

- Anche in **LEIBNIZ** le verità matematiche sono **certe** ed **etern**e e **fondate sulla logica**.
- LEIBNIZ propose **l'aritmetizzazione della logica**, cioè **una logica universalmente valida basata sul calcolo**.
- **Logica e matematica** rappresentano la base per la **costruzione razionale di tutto il sapere**.
- Scrisse: «*quando sorgeranno controversie fra due filosofi, non sarà più necessaria una discussione, come non lo è fra due calcolatori. Sarà sufficiente, infatti, che essi prendano in mano le penne, si siedano di fronte agli abachi e si dicano l'un l'altro: **Calculemus!***».
- È l'atto di nascita del pensiero che poi darà vita all'**INTELLIGENZA ARTIFICIALE**.



LA SOLUZIONE KANTIANA

- Il grande filosofo tedesco **IMMANUEL KANT** risponderà ai nostri quesiti in una **maniera geniale**, che **coniuga invenzione e scoperta**.
- La matematica da un lato è una **conoscenza oggettiva** e rappresenta **una verità universale**.
- Ma deve questa sua universalità **non** al fatto di essere **nelle cose o in un fantomatico mondo di idee**, ma al fatto di essere, per così dire, **nel cervello degli uomini (categorie)** e nelle **condizioni oggettive in cui gli uomini conoscono (spazio e tempo)**.
- Gli uomini **si rappresentano** il mondo in maniera matematica perché obbediscono al modo con cui è strutturato **il loro processo di conoscenza**.
- Il processo di conoscenza, però, non consente all'uomo di cogliere la verità in sé (la «***cosa in sé***») ma solo di **interpretare** la realtà (***il fenomeno***) con lo strumento, potente ma limitato, di cui dispone: **L'INTELLETTO**



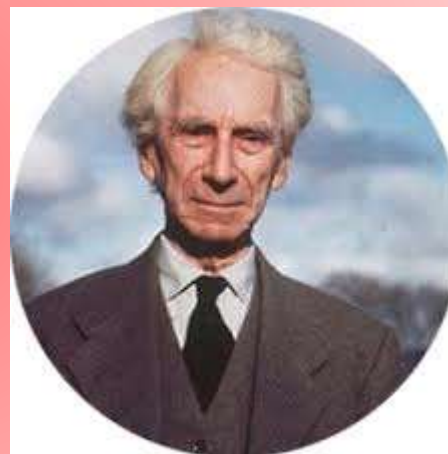
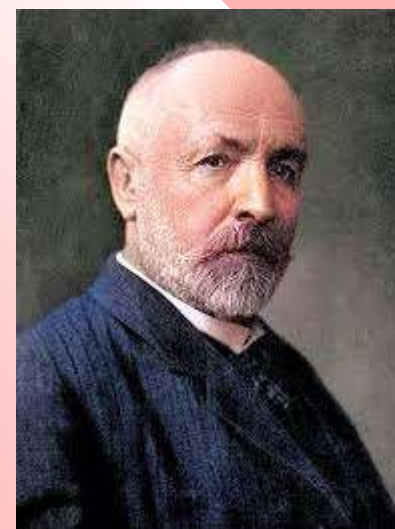
L'ESIGENZA DI RIGORE NELLA COSTRUZIONE MATEMATICA

A metà Ottocento s' avvertì l'esigenza di dare un fondamento solido alla matematica, che fu realizzato nei primi decenni del Novecento.

Il matematico **WEISTRASS** pose le basi per la *teoria dei numeri reali*, sviluppata da **CANTOR** e **DEDEKIND** come teoria degli insiemi.

Il matematico **FREGE** e il filosofo **RUSSELL**, dettero vita al Progetto teorico denominato **LOGICISMO**: dimostrare che la matematica potesse essere ricondotta alla logica.

Il matematico **HILBERT** cercò di dimostrare la **coerenza interna** (consistenza) della matematica, intesa come *Sistema Assiomatico* che manipola simboli in base a regole (**FORMALISMO MATEMATICO**).



LA CRISI DEI FONDAMENTI



Kurt Gödel con Albert Einstein

- Sia il Progetto LOGICISTA che quello FORMALISTA furono **messi in crisi** dalle scoperte dello stesso **Bertrand Russell** e del logico austriaco **Kurt Gödel**.
- Alcuni paradossi individuati da Russell resero problematica l'idea di ricondurre la matematica ad un sistema logico coerente.
- **Gödel** dimostrò che un ***sistema formale*** non può dimostrare la sua coerenza a partire da se stesso.
- Un Sistema formale quindi, per essere **consistente** (coerente) deve far ricorso a **proposizioni esterne** al Sistema stesso.
- Questo vuol dire che un ***sistema logico-formale*** non può essere contemporaneamente **completo e consistente**.

Un ultima riflessione

- Concludiamo la nostra esposizione con un ultima riflessione suggeritaci da Gödel:
sembra che **una macchina intelligente**, per quanto possa essere potente, **non potrebbe mai diventare una mente autocosciente, non potrebbe mai avere la possibilità di uscire al di fuori del proprio sistema.**
- *Con questa confortante conclusione, (che ci ripromettiamo di esplorare meglio nel seguito dei nostri studi) lasciamo la palla ai nostri compagni che ci parleranno proprio di **INFORMATICA***